Учреждение образования

«Белорусский государственный технологический университет»

**Кафедра Информационных систем и технологий**

**Отчет по лабораторной работе №3**

**«РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О КОММИВОЯЖЕРЕ МЕТОДОМ ВЕТВЕЙ И ГРАНИЦ»**

**По дисциплине «Математическое программирование»**

Выполнил:

Студент 2 курса 2 группы ФИТ

Аникеенко Егор Вячеславович

**Условие:**

Найти оптимальный маршрут для коммивояжера, если известно, что кол-во городов равно 5, а расстояние между городами задается следующей матрицей d:

где *n* – номер варианта;

n=2;

Задачу следует решить с использованием метода ветвей и границ.

**Ход решения:**

Имеем 5 городов, построим матрицу расстояний между городами:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | INF | 4 | 23 | INF | 2 |
| 2 | 2 | INF | 17 | 66 | 82 |
| 3 | 4 | 6 | INF | 86 | 51 |
| 4 | 19 | 56 | 8 | INF | 6 |
| 5 | 91 | 68 | 52 | 15 | INF |

Находим минимальное значение в каждой строке (di) и выписываем его в отдельный столбец:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | INF | 4 | 23 | INF | 2 | 2 |
| 2 | 2 | INF | 17 | 66 | 82 | 2 |
| 3 | 4 | 6 | INF | 86 | 51 | 4 |
| 4 | 19 | 56 | 8 | INF | 6 | 6 |
| 5 | 91 | 68 | 52 | 15 | INF | 15 |
| **29** |

Производим приведение строк – из каждого элемента в строке вычитаем соответствующее значение найденного минимума (di).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | INF | 2 | 21 | INF | 0 | 2 |
| 2 | 0 | INF | 15 | 64 | 80 | 2 |
| 3 | 0 | 2 | INF | 82 | 47 | 4 |
| 4 | 13 | 50 | 2 | INF | 0 | 6 |
| 5 | 76 | 53 | 37 | 0 | INF | 15 |
| **29** |

Находим минимальные значения в каждом столбце (dj). Эти минимумы выписываем в отдельную строку.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | | | 3 | 4 | | 5 |
| 1 | INF | 2 | | | 21 | INF | | 0 |
| 2 | 0 | INF | | | 15 | 64 | | 80 |
| 3 | 0 | 2 | | | INF | 82 | | 47 |
| 4 | 13 | 50 | | | 2 | INF | | 0 |
| 5 | 76 | 53 | | | 37 | 0 | | INF |
| 0 | | 2 | 2 | | | 0 | 0 | | 4 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | | | 3 | 4 | | 5 |
| 1 | INF | 0 | | | 19 | INF | | 0 |
| 2 | 0 | INF | | | 13 | 64 | | 80 |
| 3 | 0 | 0 | | | INF | 82 | | 47 |
| 4 | 13 | 48 | | | 0 | INF | | 0 |
| 5 | 76 | 51 | | | 35 | 0 | | INF |
| 0 | | 2 | 2 | | | 0 | 0 | | 4 |

Вычитаем из каждого элемента матрицы соответствующее ему минимальные значения в каждом столбце dj.

Тогда корневой вершиной будет

**f=29+4=33.**

Для каждой нулевой клетки получившейся преобразованной матрицы находим «оценку». Полученную оценку записываем рядом с нулем, в скобках.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** | INF | 0(0) | 19 | INF | 0(0) |
| **2** | 0(13) | INF | 13 | 64 | 80 |
| **3** | 0(0) | 0(0) | INF | 82 | 47 |
| **4** | 13 | 48 | 0(13) | INF | 0(0) |
| **5** | 76 | 51 | 35 | 0(99) | INF |

Выбираем нулевую клетку с наибольшей оценкой. Будем рассматривать дугу (5,4). Так как удаление дуги (5,4) позволяет получить саму большую константу приведения, т.е. увеличение нижней границы. Для этого заменим вес дуги (5,4) на знак “INF.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** | INF | 0 | 19 | INF | 0 |
| **2** | 0 | INF | 13 | 64 | 80 |
| **3** | 0 | 0 | INF | 82 | 47 |
| **4** | 13 | 48 | 0 | INF | 0 |
| **5** | 76 | 51 | 35 | 0(99) | INF |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **5** |
| **1** | INF | 0 | 19 | 0 |
| **2** | 0 | INF | 13 | 80 |
| **3** | 0 | 0 | INF | 47 |
| **4** | 13 | 48 | 0 | INF |

Видим, что матрица уже является приведенной.

Значит снова для каждой нулевой клетки получившейся преобразованной матрицы находим «оценку». Полученную оценку записываем рядом с нулем, в скобках.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **5** |
| **1** | INF | 0(0) | 19 | 0(47) |
| **2** | 0(0) | INF | 13 | 80 |
| **3** | 0(0) | 0(0) | INF | 47 |
| **4** | 13 | 48 | 0(26) | INF |

Далее будем рассматривать дугу (1,5). Так как удаление дуги (1,5) позволяет получить самую большую константу приведения, т.е. увеличение нижней границы. Для этого заменим вес дуги (1,5) на знак “INF.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **5** |
| **1** | INF | 0 | 19 | INF |
| **2** | 0 | INF | 13 | 80 |
| **3** | 0 | 0 | INF | 47 |
| **4** | 13 | 48 | 0 | INF |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **5** |
| **1** | INF | 0 | 19 | INF |
| **2** | 0 | INF | 13 | 80 |
| **3** | 0 | 0 | INF | 47 |
| **4** | 13 | 48 | 0 | INF |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** |
| **2** | 0 | INF | 13 |
| **3** | 0 | 0 | INF |
| **4** | INF | 48 | 0 |

Cнова для каждой нулевой клетки получившейся преобразованной матрицы находим «оценку». Полученную оценку записываем рядом с нулем, в скобках.

Для того, чтобы кольцо не замкнулось раньше времени, ставим INF в позиции (4,1).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** |
| **2** | 0(13) | INF | 13 |
| **3** | 0(0) | 0(48) | INF |
| **4** | INF | 48 | 0(61) |

Далее будем рассматривать дугу (4,3). Так как удаление дуги (4,3) позволяет получить самую большую константу приведения, т.е. увеличение нижней границы. Для этого заменим вес дуги (3,2) на знак “INF.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** |
| **2** | 0 | INF | 13 |
| **3** | 0 | 0 | INF |
| **4** | INF | 48 | 0 |

Ту строку и тот столбец, где образовалось два знака «INF», полностью вычеркиваем.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** |
| **2** | 0 | INF | 13 |
| **3** | 0 | 0 | INF |
| **4** | INF | 48 | 0 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** |
| **2** | 0 | INF |
| **3** | INF | 0 |

**φ=29+4=33**

**φ=33+0=33**

**R**

**R (5, 4)**

**φ=33+0=33**

**R (5, 4) (1, 5)**

**φ=33+48=81**

**R (5, 4) (1, 5)**

**(4, 3)**

**φ=33+47=80**

**φ=33+0=33**

**R (5, 4)**

**(1, 5)**

**φ=33+99=132**

**R (5, 4)**

**R**

**(2, 1)**

**(3, 2)**

У нас остаются два маршрута (2,1) и (4,3)

**Решение: (1,5), (5,4), (4,3), (3,2), (2,1)**

**Длина оптимального маршрута: φ=33**